La producción: ejercicios

José C. Pernías

Curso 2015–2016

Índice

1 Ejercicio 1 1

2 Ejercicio 2 2

3 Ejercicio 3 4

La producción: ejercicios

José C. Pernías

Curso 2015–2016

1. Ejercicio 1

Ejercicio 1

Comentar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

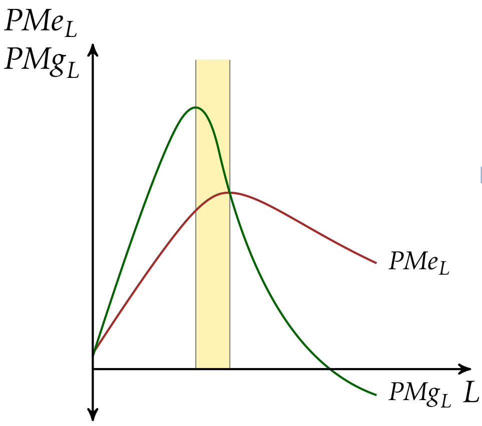
1. Si el producto marginal es decreciente, el producto medio debe ser también decreciente.
2. Una fábrica contrata a un trabajador y posteriormente descubre que el producto medio de sus trabajadores ha aumentado. Por ello el empresario supone que el producto marginal del nuevo trabajador está por debajo de la producción por trabajador antes de la nueva incorporación.
3. Supón que el producto marginal del trabajo es actualmente igual al producto medio. Si fuera uno de los trabajadores a contratar por la empresa, en este caso preferiría que su salario correspondiera al valor del producto marginal y no del producto medio.

Apartado 1

- La pendiente del producto medio del trabajo es:

$$\frac{\mathrm{d}\, PMe_L}{\mathrm{d}\, L} = \frac{\mathrm{d}\, Q/L}{\mathrm{d}\, L} = \frac{PMg_L - PMe_L}{L}$$

- Por tanto, la pendiente del PMg_L no determina la pendiente del PMe_L.



- En la zona sombreada el PMg_L es decreciente y el PMe_L es creciente.

Apartado 2

- La pendiente del producto medio del trabajo es:

$$\frac{\mathrm{d}\ PMe_L}{\mathrm{d}\ L} = \frac{\mathrm{d}\ Q/L}{\mathrm{d}\ L} = \frac{PMg_L - PMe_L}{L}$$

- Si el producto medio es creciente, el PMg_L tiene que ser mayor que el PMe_L, contradiciendo la afirmación del enunciado.

Apartado 3

- Si el $PMg_L = PMe_L$, el PMe_L es máximo.
- Contratar más trabajadores a partir de este punto, implica entrar en una región donde el PMe_L es decreciente.
- Si el PMe_L es decreciente, el PMg_L es inferior al PMe_L.
- En esta situación es preferible un salario igual al PMe_L.

2. Ejercicio 2

Ejercicio 2

Dada la función de producción $Q = L^2K - L^3$, suponga que $K = 4$ y determine:

1. La función de producto total del trabajo.
2. Las funciones de producto medio y marginal del trabajo.
3. Los niveles de trabajo que hacen máximo el producto marginal, el producto medio y el producto total. Represente gráficamente los resultados obtenidos

Apartado 1

- Función de producto total a corto plazo: sustituimos el nivel de capital en la función de producción.

$$Q = 4L^2 - L^3 = L^2(4 - L)$$

Apartado 2

- El producto medio del trabajo es el producto total dividido por el número de trabajadores:

$$PMe_L = \frac{Q}{L} = L(4 - L)$$

- El producto marginal del trabajo es la tasa de cambio de la producción por unidad adicional de trabajo:

$$PMg_L = \frac{\mathrm{d}\, Q}{\mathrm{d}\, L} = 8L - 3L^2 = L(8 - 3L)$$

Apartado 3

- Para encontrar el nivel de empleo que maximiza el PMg_L, derivamos e igualamos a 0:

$$\frac{\mathrm{d}\, PMg_L}{\mathrm{d}\, L} = 8 - 6L = 0$$

- El nivel de empleo que maximiza el producto marginal es:

$$L = \frac{8}{6}$$

- El máximo producto medio ocurre cuando se igualan el producto medio y el producto marginal:

$$PMe_L = L(4 - L) = L(8 - 3L) = PMg_L$$

- Resolviendo la expresión anterior para $L \neq 0$:

$$4 - L = 8 - 3L$$

- Por tanto el PMe_L es máximo cuando $L = 2$.

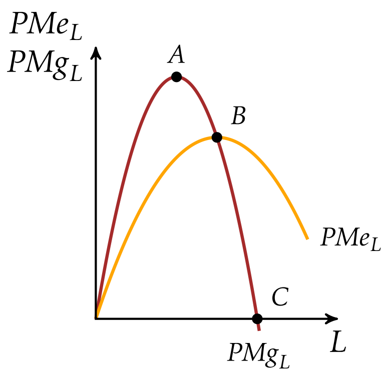
- El producto total se maximiza cuando el producto marginal es igual a 0:

$$PMg_L = L(8 - 3L) = 0$$

- Resolviendo para $L \neq 0$

$$8 - 3L = 0$$

- El producto total es máximo cuando $L = 8/3$.



- A: máximo PMg_L.
- B: máximo PMe_L.
- C: producción máxima.

3. Ejercicio 3

Ejercicio 3

Una empresa tiene una tecnología caracterizada por la función de producción.

I) $Q = F(K, L) = L^{1/4}K^{1/4}$

II) $Q = F(K, L) = (2KL)^{1/2}$

III) $Q = F(K, L) = 2K + 3L$

IV) $Q = F(K, L) = K^2L^2$

Para cada función de producción calcular:

1. Tipo de rendimientos que presenta la función
2. Tasa de sustituibilidad entre ambos factores
3. Si fijamos $K = 4$. ¿Se cumple la ley de rendimientos decrecientes?

Apartado 1

- Rendimientos de escala: $Q = L^{1/4}K^{1/4}$
  - Producción cuando multiplicamos el uso de los factores por el factor de escala $\lambda > 1$:

$$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda L)^{1/4}(\lambda K)^{1/4} = \lambda^{1/2}L^{1/4}K^{1/4} = \lambda^{1/2}F(K, L)$$

  - La función de producción presenta rendimientos de escala **decrecientes** ya que:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^{1/2}F(K, L) < \lambda F(K, L)$$

- Rendimientos de escala: $Q = (2KL)^{1/2} = 2^{1/2}K^{1/2}L^{1/2}$
  - Producción cuando multiplicamos el uso de los factores por el factor de escala $\lambda > 1$:

$$F(\lambda K, \lambda L) = 2^{1/2}(\lambda K)^{1/2}(\lambda L)^{1/2} = \lambda 2^{1/2}K^{1/2}L^{1/2} = \lambda F(K, L)$$

  - La función de producción presenta rendimientos de escala **constantes** ya que:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$$

- Rendimientos de escala: $Q = 2K + 3L$.
  - Producción cuando multiplicamos el uso de los factores por el factor de escala $\lambda > 1$:

$$F(\lambda K, \lambda L) = 2(\lambda K) + 3(\lambda L) = \lambda(2K + 3L) = \lambda F(K, L)$$

  - La función de producción presenta rendimientos de escala **constantes** ya que:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$$

- Rendimientos de escala: $Q = K^2L^2$.
  - Producción cuando multiplicamos el uso de los factores por el factor de escala $\lambda > 1$:

$$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^2(\lambda L)^2 = \lambda^4 K^2 L^2 = \lambda^4 F(K, L)$$

  - La función de producción presenta rendimientos de escala **crecientes** ya que:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^4 F(K, L) > \lambda F(K, L)$$

Apartado 2

- Tasa de sustituibilidad entre factores: $Q = L^{1/4}K^{1/4}$
  - Productos marginales:

$$PMg_L = \frac{1}{4}L^{-3/4}K^{1/4}; \quad PMg_K = \frac{1}{4}L^{1/4}K^{-3/4}$$

  - Relación marginal de sustitución técnica:

$$RMST = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{K}{L}$$

- Tasa de sustituibilidad entre factores: $Q = 2^{1/2}K^{1/2}L^{1/2}$
  - Productos marginales:

$$PMg_L = \frac{2^{1/2}}{2}L^{-1/2}K^{1/2}; \quad PMg_K = \frac{2^{1/2}}{2}L^{1/2}K^{-1/2}$$

  - Relación marginal de sustitución técnica:

$$RMST = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{K}{L}$$

- Tasa de sustituibilidad entre factores: $Q = 2K + 3L$
  - Productos marginales:

$$PMg_L = 3; \quad PMg_K = 2$$

  - Relación marginal de sustitución técnica:

$$RMST = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{3}{2}$$

- Tasa de sustituibilidad entre factores: $Q = K^2L^2$
  - Productos marginales:

$$PMg_L = 2LK^2; \quad PMg_K = 2L^2K$$

  - Relación marginal de sustitución técnica:

$$RMST = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{K}{L}$$

Apartado 3

- Ley de rendimientos decrecientes: $Q = L^{1/4}K^{1/4}$
  - Producto marginal del trabajo cuando $K = 4$:

$$PMg_L = \frac{1}{4}L^{-3/4}4^{1/4} = 4^{-3/4}L^{-3/4}$$

  - Pendiente de PMg_L:

$$\frac{\mathrm{d}\ PMg_L}{\mathrm{d}\ L} = -\frac{3}{4}4^{-3/4}L^{-7/4} = -3 \cdot 4^{-7/4}L^{-7/4}$$

  - La pendiente es negativa para cualquier valor de L, por lo que se cumple la ley de rendimientos decrecientes del factor trabajo.

- Ley de rendimientos decrecientes: $Q = 2^{1/2}K^{1/2}L^{1/2}$
  - Producto marginal del trabajo cuando $K = 4$:

$$PMg_L = \frac{2^{1/2}}{2}L^{-1/2}4^{1/2} = 2^{1/2}L^{-1/2}$$

  - Pendiente de PMg_L:

$$\frac{\mathrm{d}\,PMg_L}{\mathrm{d}\,L} = -\frac{1}{2}2^{1/2}L^{-3/2} = -2^{-1/2}L^{-3/2}$$

  - La pendiente es negativa para cualquier valor de L, por lo que se cumple la ley de rendimientos decrecientes del factor trabajo.

- Ley de rendimientos decrecientes: $Q = 2K + 3L$
  - Producto marginal del trabajo cuando $K = 4$:

$$PMg_L = 3$$

  - Pendiente de PMg_L:

$$\frac{\mathrm{d}\,PMg_L}{\mathrm{d}\,L} = 0$$

  - La pendiente es nula para cualquier valor de L, por lo que **no** se cumple la ley de rendimientos decrecientes del factor trabajo.

- Ley de rendimientos decrecientes: $Q = K^2L^2$
  - Producto marginal del trabajo cuando $K = 4$:

$$PMg_L = 2 \cdot 4^2L = 32L$$

  - Pendiente de PMg_L:

$$\frac{\mathrm{d}\,PMg_L}{\mathrm{d}\,L} = 32$$

  - La pendiente es positiva para cualquier valor de L, por lo que **no** se cumple la ley de rendimientos decrecientes del factor trabajo.