

# La elección intertemporal: ejercicios

José C. Pernías

Curso 2015–2016

## Índice

1	Ejercicio 1	1
2	Ejercicio 2	4



Esta obra está licenciada bajo la Licencia Creative Commons  
Atribución-CompartirIgual 3.0 Unported. Para ver una copia  
de esta licencia, visite:

<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>

# La elección intertemporal: ejercicios

José C. Pernías

Curso 2015–2016

## 1. Ejercicio 1

### Ejercicio 1

Suponga un consumidor que tiene unas preferencias por consumo presente,  $C_1$ , y consumo futuro,  $C_2$ , que vienen representadas por la función de utilidad  $U(C_1, C_2) = C_1 C_2$ . Las rentas presente y futura expresada en unidades de consumo son respectivamente,  $M_1 = 1000$  y  $M_2 = 1500$ . Si el tipo de interés es de 0,5:

1. Escriba la restricción presupuestaria de este individuo en valor futuro.
2. Determine si el individuo ahorra o desahorra, así como el consumo de cada periodo.
3. ¿Cambiaría su respuesta en el apartado anterior si supiera que el consumo presente y futuro son considerados complementarios perfectos por el individuo, es decir, si la función de utilidad es ahora  $U(C_1, C_2) = \min(C_1, C_2)$ ?

### Apartado 1

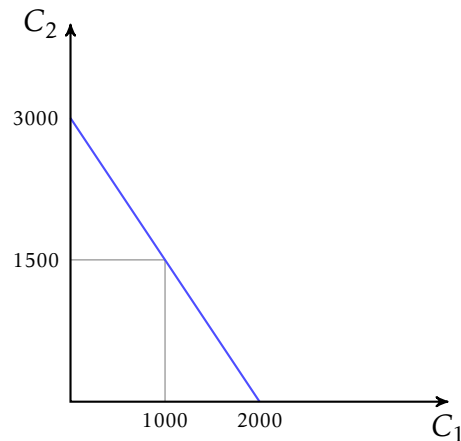
- ▶ El equilibrio presupuestario intertemporal del consumidor implica que el valor presente de su flujo de rentas debe ser igual al valor presente de su flujo de consumos:

$$M_1 + \frac{M_2}{1+r} = C_1 + \frac{C_2}{1+r}$$

- ▶ Alternativamente, podemos expresar la restricción en valores futuros multiplicando la expresión anterior por  $(1+r)$ :

$$(1+r)M_1 + M_2 = (1+r)C_1 + C_2$$

## 1 EJERCICIO 1



► Con los datos del enunciado:

$$1,5 \times 1000 + 1500 = 1,5C_1 + C_2$$

► Por tanto,

$$C_2 = 3000 - 1,5C_1$$

## Apartado 2

► La elección óptima implica el cumplimiento de la condición de tangencia:

$$RMS = \frac{UM_{C_1}}{UM_{C_2}} = \frac{C_2}{C_1} = 1 + r$$

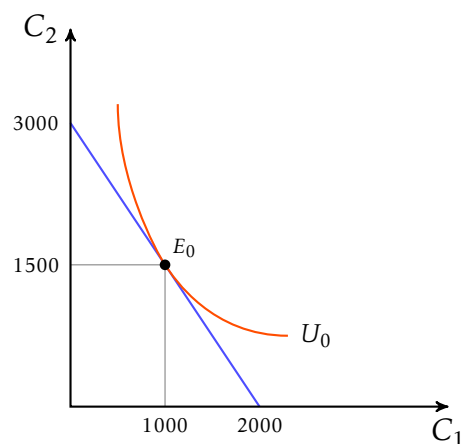
► Puesto que  $1 + r = 1,5$ , la condición de tangencia implica:

$$C_2 = 1,5C_1$$

► Sustituyendo esta última expresión en la restricción intertemporal:

$$C_2 = 3000 - C_2$$

► Por lo que  $C_2 = 1500$  y  $C_1 = 1000$ .



► La elección óptima implica consumir completamente la renta de cada uno de los periodos,  $C_1 = M_1 = 1000$  y  $C_2 = M_2 = 1500$ .

► El ahorro de este consumidor es  $M_1 - C_1 = 0$ .

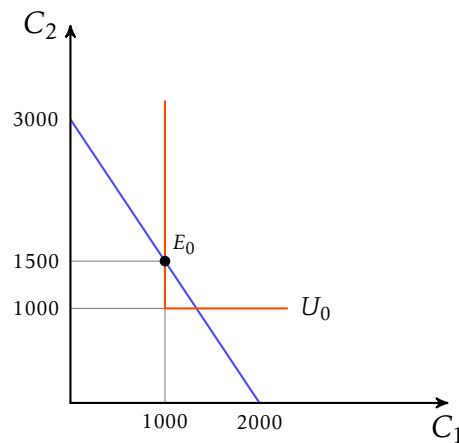
## Apartado 3

- ▶ Si la utilidad es  $U(C_1, C_2) = \min(C_1, C_2)$  el consumo presente y futuro son complementarios perfectos.
- ▶ El nivel de satisfacción en  $E_0$  es:

$$U(1000, 1500) = \min(1000, 1500) = 1000$$

- ▶ El exceso de  $C_2$  con respecto a  $C_1$ , no reporta al consumidor ninguna utilidad:

$$U(1000, 1500) = U(1000, 1000) = 1000$$



- ▶ La curva de indiferencia que pasa por  $E_0$  corta a la restricción presupuestaria.
- ▶ Es posible aumentar la utilidad eligiendo otro punto sobre la restricción presupuestaria.

- ▶ De acuerdo con las preferencias del consumidor, el perfil temporal óptimo de consumo debe cumplir la condición:

$$C_1 = C_2$$

- ▶ Sustituyendo esta condición en la restricción intertemporal:

$$C_2 = 3000 - 1,5C_2$$

- ▶ En el primer periodo el consumidor pide un préstamo de  $C_1 - M_1 = 200$  u.m.

## 2. Ejercicio 2

### Ejercicio 2

Las preferencias entre el consumo presente,  $C_1$ , y consumo futuro,  $C_2$ , de un individuo están representadas por la función de utilidad:

$$U(C_1, C_2) = C_1^2 C_2$$

En el primer periodo el individuo tiene una renta de 200 u.m., mientras que en el segundo periodo una renta de 220 u.m. El tipo de interés al que se presta en la economía es del 5%, y el tipo de interés al que se pide prestado es del 10%.

1. Exprese analíticamente la restricción presupuestaria del individuo y represéntela gráficamente.
2. Calcule el equilibrio del consumidor y determine si será prestamista o prestatario.
3. Si el Banco Central Europeo fija un tipo de interés único del 8% tanto para prestar como para pedir prestado, calcule el equilibrio y determine si el consumidor mejora o empeora en términos de bienestar.

### Apartado 1

- ▶ La restricción presupuestaria tiene dos tramos debido a que el tipo de interés relevante es diferente según sea el consumidor prestamista o prestatario.
- ▶ Consideremos por separado los casos en los que el consumidor es prestamista o prestatario.
- ▶ Si el consumidor es prestamista:

$$C_1 \leq M_1 = 200$$

- ▶ El tipo de interés en este caso es de  $r_l = 0,05$ . La restricción intertemporal implica:

$$C_2 = M_2 + (1 + r_l)(M_1 - C_1)$$

- ▶ Con los datos del enunciado, podemos escribir la restricción intertemporal en el caso del prestamista:

$$C_2 = 220 + 1,05(200 - C_1)$$

- ▶ Operando:

$$C_2 = 430 - 1,05C_1$$

- ▶ Si el consumidor es prestatario:

$$C_1 \geq M_1 = 200$$

- ▶ El tipo de interés de pedir un préstamo es  $r_b = 0,10$ . La restricción intertemporal implica:

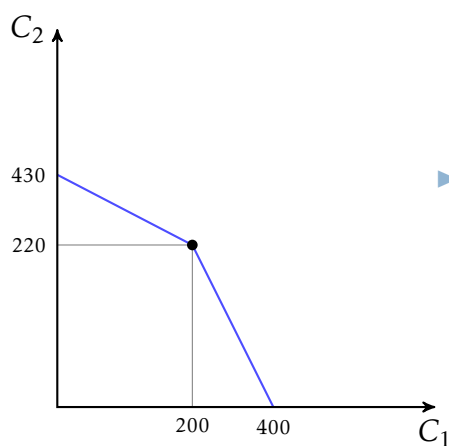
$$C_2 = M_2 - (1 + r_b)(C_1 - M_1)$$

- ▶ Con los datos del enunciado, podemos escribir la restricción intertemporal en el caso del prestatario:

$$C_2 = 220 - 1,10(C_1 - 200)$$

- ▶ Operando:

$$C_2 = 440 - 1,10C_1$$



- ▶ Restricción intertemporal:

$$C_2 = \begin{cases} 430 - 1,05C_1 & \text{si } C_1 \leq 200 \\ 440 - 1,10C_1 & \text{si } C_1 \geq 200 \end{cases}$$

## Apartado 2

- ▶ La relación marginal de sustitución es:

$$RMS = \frac{UM_{C_1}}{UM_{C_2}} = 2 \frac{C_2}{C_1}$$

- ▶ Si el individuo es prestamista, la condición de tangencia es:

$$RMS = 1 + r_l$$

## 2 EJERCICIO 2

- ▶ Si el individuo pide prestado en el primer periodo, la condición de tangencia es:

$$RMS = 1 + r_b$$

- ▶ Supongamos en primer lugar que el consumidor es prestamista, es decir:

$$C_1 \leq 200$$

- ▶ El tramo relevante de la restricción intertemporal es:

$$C_2 = 430 - 1,05C_1$$

- ▶ La condición de tangencia implica que

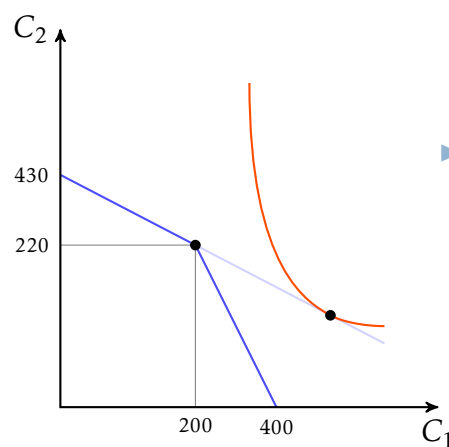
$$2C_2 = 1,05C_1$$

- ▶ Resolviendo las dos condiciones de óptimo obtenemos

$$C_2 = 143,33$$

$$C_1 = 273,02$$

- ▶ Pero esta solución implica que  $C_1 > M_1$  lo que contradice nuestro supuesto inicial de que el individuo era prestamista.



- ▶ La combinación de consumos que hemos encontrado no puede ser la elección óptima porque está por encima de la restricción intertemporal del consumidor.



- ▶ Suponemos ahora que el consumidor toma prestado:

$$C_1 > 200$$

- ▶ El tramo relevante de la restricción presupuestaria es:

$$C_2 = 440 - 1,1C_1$$

- ▶ La condición de tangencia implica:

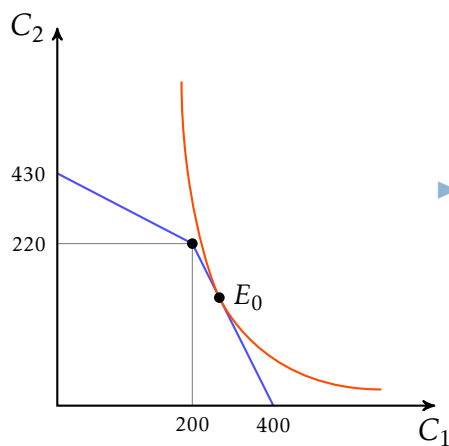
$$2C_2 = 1,1C_1$$

- ▶ Resolviendo las dos condiciones de óptimo, obtenemos:

$$C_2 = 146,67$$

$$C_1 = 266,67$$

- ▶ La solución obtenida es compatible con nuestro supuesto inicial de que el consumidor era prestatario,  $C_1 > M_1$ .



- ▶ En este caso la solución encontrada sí está sobre la restricción presupuestaria.

- ▶ Por lo tanto, la combinación óptima es  $C_1 = 266,67$  y  $C_2 = 146,67$ .
- ▶ En el primer período el consumidor pide prestadas 66,67 u.m.
- ▶ En el segundo período, el consumidor tiene que devolver el principal y los intereses del préstamo, esto es  $66,67 \times 1,1 = 73,33$  u.m.

## 2 EJERCICIO 2

- ▶ El consumo del segundo período es la diferencia entre la renta de ese período y lo que tiene que devolver en concepto de préstamo,  $C_2 = 220 - 73,33 = 146,67$  u.m.

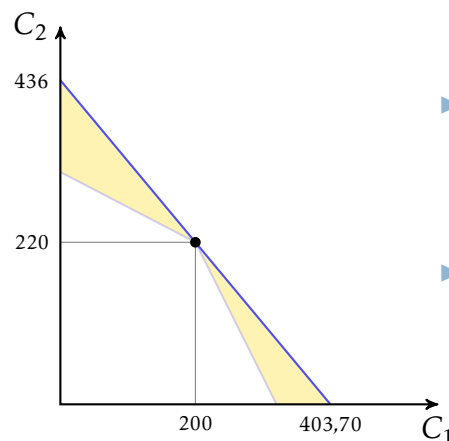
### Apartado 3

- ▶ En la nueva situación el tipo de interés único fijado mejora la situación tanto de prestamistas como prestatarios.
- ▶ Los prestatarios pagan ahora un interés del 8% en vez del 10%;
- ▶ Los prestamistas cobran un interés del 8% en vez del 5%.
- ▶ La restricción intertemporal es:

$$C_2 = 220 + 1,08(200 - C_1)$$

- ▶ Por tanto:

$$C_2 = 436 - 1,08C_1$$



- ▶ El consumidor sigue pudiendo escoger ahora cualquier combinación que tenía disponible en la situación inicial.
- ▶ También puede escoger perfiles de consumo que antes no estaban disponibles (zonas sombreadas).

- ▶ La condición de tangencia es:

$$2C_2 = 1,08C_1$$

- ▶ Sustituyendo la condición de tangencia en la nueva restricción intertemporal y resolviendo se obtiene el perfil intertemporal de consumo óptimo:

$$C_2 = 269,14$$

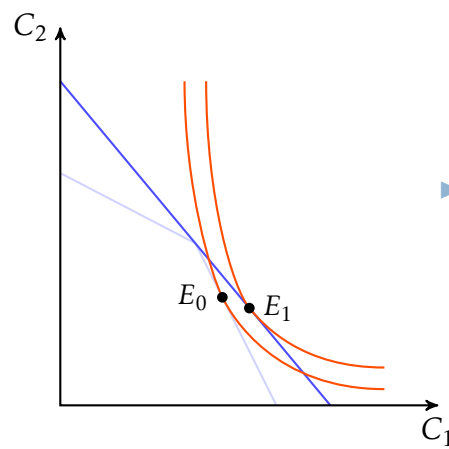
$$C_1 = 145,33$$

- ▶ El valor de la función de utilidad para esta combinación es:

$$U(E_1) = 269,14^2 \times 145,33 = 10.527.173$$

- ▶ Antes de la introducción del tipo de interés único, el consumidor elegía  $C_1 = 266,67$  y  $C_2 = 146,73$ . Su nivel de utilidad era:

$$U(E_0) = 266,67^2 \times 146,73 = 10.434.394$$



- ▶ El consumidor disfruta de un mayor nivel de utilidad con un tipo de interés único del 8%.